Opgave 1 - London Eye

$r_{1a} := 67.5m \quad m_1 := 1500000kg \quad d_{1a} := 135m$

a)

Hvad er periferihastighed?

Hastigheden kan skrives som: $v = \omega \cdot r$

Hvor ω er vinkelhastigheden, som findes ved:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Omdrejningstiden T må være 30 min (60 min / 2).

$$t_{1a} := 30min$$

$$\omega_{1a} := \frac{2\pi}{t_{1a}} \qquad \omega_{1a} = 3.491 \times 10^{-3} \frac{1}{s}$$

$$v_{1a} := \omega_{1a} \cdot r_{1a}$$

$$v_{1a} = 0.236 \frac{m}{s}$$

b)

Kommenter, om man kan nå at stige af og på, uden at hjulet standser.

Hvis vi antager at det er 2m bredt, så har man:

$$t = \frac{s}{v} \qquad \frac{2m}{v_{1a}} = 8.488 \ s$$

..til at stige ind i kabinen, hvilket burde være mere end nok self
hvis man er handicapped.

Vi antager, at hele hjulets masse er koncentreret i periferien.
Fra hjulet starter, og til det er oppe på fuld hastighed, er det påvirket af et konstant kraftmoment. Hjulet når at dreje 25^0.

c)

Hvor lang tid er hjulet om at nå fuld hastighed?

Jeg finder først ud af hvor langt periferien bevæger sig:

$$S = r\cdot\theta$$

$$r_{1a}\cdot 25deg = 29.452\ m$$

Derefter benyttes hjælpesætningen:

$$s - s_0 = \frac{v^2 - v_0{}^2}{2\cdot a}$$

s0 og v0 er begge nul. Strækningen og sluthastigheden kendes,
så jeg finder nu accelerationen:

$$29.43m = \frac{\left(0.236\,\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot a}\ \text{solve}, a\ \rightarrow .94624532789670404349\text{e-}3\cdot\frac{m}{s^2} = 9.462\times 10^{-4}\,\frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$t = \frac{v}{a}$$

$$\frac{0.236\,\frac{m}{s}}{9.462\times 10^{-4}\,\frac{m}{s^2}} = 249.419\,s$$

d)

Hvad er kraftmomentet?

Jeg finder inertimomentet for hjulet. Massen ligger i pereferien så jeg beregner inertimomentet som en ring. r og R er den samme.

$$I_0 = \frac{1}{2}m\cdot\left(r^2 + R^2\right)$$

$$I_0 := \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\left[\left(\frac{135m}{2}\right)^2 + \left(\frac{135m}{2}\right)^2\right] \qquad I_0 = 6.834\times10^9\ m^2\cdot kg$$

Kraftmomentet findes via:

$$I\cdot\alpha = M$$

α er vinkelaccelerationen, og jeg kender a fra før

$$\alpha = \frac{a}{r}$$

$$\alpha_1 := \frac{9.462\times10^{-4}\ \frac{m}{s^2}}{r_{1a}} \qquad \alpha_1 = 1.402\times10^{-5}\ \frac{1}{s^2}$$

$$M_1 := I_0\cdot\alpha_1$$

$$M_1 = 9.58\times10^4\ N\cdot m$$

e)

Hvor stor skal den gennemsnitlige tilførte effekt være under starten, når 75% af den tilførte energi omsættes til rotationsenergi.

Rotationsenergien findes ved:

$$E_{rot} = \frac{1}{2}\cdot I_0\cdot\omega_{1a}^{\ 2}$$

$$\frac{1}{2}\cdot I_0\cdot\omega_{1a}^{\ 2} = 4.164\times10^4\ J$$

Dette er den omsatte energi, og den tilførte findes så:

$$\frac{4}{3}\cdot\left(4.164\times10^4\ J\right) = 5.552\times10^4\ J$$

Så findes effekten:

$$\frac{5.569\times10^4\ J}{249.419s} = 223.279\ W$$

Det antages at hjulet kan rumme 400 personer, når alle pladser er besat.
En person vejer i gennemsnit 70kg.
Ved et uheld er hjulet stoppet med alle pladser besat. Ved igangsætning er kraftmomentet som tidligere beregnet, og den tilførte startenergi er også uændret.

f)

Hvor stor en vinkel når hjulet at dreje, inden fuld hastighed er nået?

Jeg finde nu et nyt inertimoment og en ny α værdi:

$$m_2 := m_1 + (400 \cdot 70kg) \qquad m_2 = 1.528 \times 10^6 \ kg$$

$$I_2 := \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left[\left(\frac{135m}{2}\right)^2 + \left(\frac{135m}{2}\right)^2\right] \qquad I_2 = 6.962 \times 10^9 \ m^2 \cdot kg$$

$$I \cdot \alpha = M$$

$$M_1 = I_2 \cdot \alpha \text{ solve}, \alpha \ \rightarrow \frac{.13760907504363001745e\text{-}4}{s^2} = 1.376 \times 10^{-5} \frac{1}{s^2}$$

Nu kan accelerationen findes:

$$\alpha = \frac{a}{r}$$

$$a = \alpha \cdot r$$

$$1.376 \times 10^{-5} \frac{1}{s^2} \cdot \frac{135m}{2} = 9.288 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2}$$

Ved hjælpesætningen findes strækningen:

$$\frac{v_{1a}^{\ 2}}{2 \cdot \left(9.288 \times 10^{-4} \frac{m}{s^2}\right)} = 29.886 \ m$$

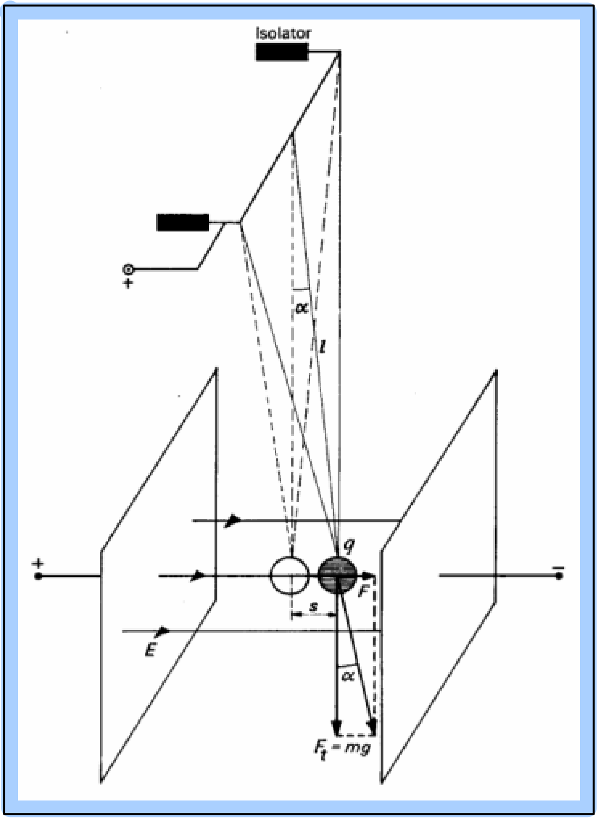
Til sidst findes vinklen:

$$S = r \cdot \theta$$

$$\frac{29.886m}{r_{1a}} = 25.368 \ deg$$

Opgave 2 - Bordtennisbold

$m_{bold} := 3.2gm \qquad q_{bold} := 30 \cdot 10^{-9} C$



a)

Hvor stor er den elektriske feltstyrke?

Vinklen α findes:

$$\operatorname{asin}\left(\frac{2.5cm}{70cm}\right) = 2.047\ deg$$

Jeg finder nu kraften der skal til at forskyde bolden 2,5 cm:

$$F_{felt} = g \cdot \cos(\alpha) \cdot m_{bold}$$

$$F_{felt} := 9.82 \frac{m}{s^2} \cdot \cos(2.047deg) \cdot m_{bold} \qquad F_{felt} = 0.031\ N$$

Feltstyrken findes så: $E = \frac{F}{q}$

$$E_a := \frac{F_{felt}}{q_{bold}} \qquad E_a = 1.047 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

En plade har arealet 20cm x 25cm, og afstanden mellem pladerne er 12cm

b)

Hvilken spænding er kodensatoren opladet til?

$d_{2b} := 12\text{cm}$

$U = E \cdot d$

$U_{2b} := E_a \cdot d_{2b}$

$U_{2b} = 1.256 \times 10^{5}\ \text{V}$

c)

Hvad er dens energiindhold?

En kondensators energi er givet ved:

$E = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$

$\frac{1}{2} \cdot q_{bold} \cdot U_{2b} = 1.884 \times 10^{-3}\ \text{J}$

Opgave 3 - Strømleder

a)

En kobberledning har tværsnitsarealet 1mm^2. Den gennemløbes af en strøm på 1A.
Hvor hurtigt bevæger elektronerne sig?

$- -$

b)

Beggrund, om den hastighed ændres, hvis kobberledningen erstattes af en 1mm^2 konstantantråd (større specifik modstand), som også gennemløbes af en strøm på 1A.

Hvis modstanden øges og strømmen forbliver konstant, stiger spændingen iføge Ohms lov. Når spændingen stiger, bliver "arbejdet" større:

$$U = \frac{A}{Q}$$

Hvilket må betyde større energi, og energien giver **større hastighed**.

Opgave 4 - Faldende bræt

Et bræt er hængslet til en lille plade, der fastholdes på en vandret flade med en skruetvinge. I brættets frie ende er lavet en fordybning, hvori en kugle placeres.
Når brættet med kuglen løftes mod lodret og slippes, ses det, at kuglen forlader brættet og når vandret plan senere end brættet.

a)

Giv en forklaring på fænomenet.

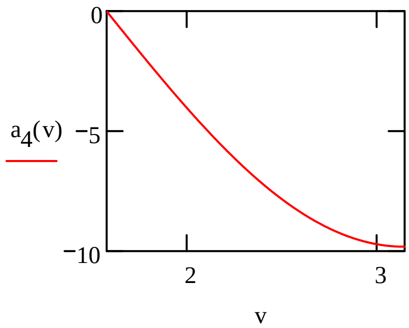
Pladen påvirkes af tyngdekraften i dens massemidtpunkt i midten af pladen.
Enden af pladen opnår derfor en større acceleration og når derfor vandret plan før kuglen.

b)

Ved hvilken vinkel med lodret er brættets acceleration større end kuglens?

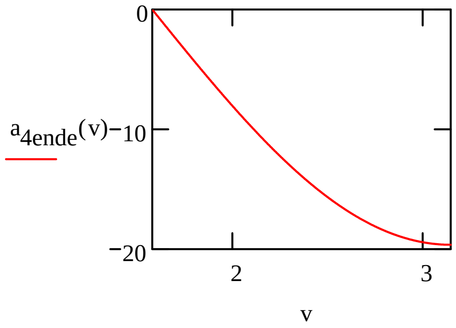
Jeg laver en funktion for acceleration som funktion af vinklen:

$$a_4(v) := \cos(v) \cdot 9.82 \frac{m}{s^2}$$



Da enden ligger dobbelt så langt ude som kuglen, må accelerationen være dobbelt så stor:

$$a_{4ende}(v) := \cos(v) \cdot 9.82 \frac{m}{s^2} \cdot 2$$



Accelerationen af bolden er konstant. Jeg sætter derfor funktionen fra før lig med tyngdeaccelerationen:

$$9.82\,\frac{m}{s^2} = a_{4ende}(v) \text{ solve}, v \rightarrow 1.0471975511965977462 = 60\,\text{deg}$$

Pladens/brættets ende har altså større acceleration end kuglen **under 60 grader**.